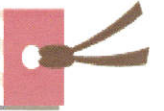




山脇の超数学講座 No. 10



「黄金比 Φ 」とは？ (第1回)

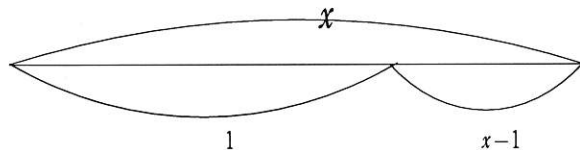
京都学園中学高等学校の新食堂が去る3月19日に竣工しました。いよいよ

4月8日にオープンします。

新食堂の名前は、「K.G Cafe Φ 」です。この「 Φ (ファイ)」は、ギリシャ文字の21番目の文字であり、電磁気学(物理学)では磁力線の流れ「磁束」を表し、食堂正面のモニュメントも、地球の磁束、そして京都学園中学高等学校で学んだ生徒が世界で活躍し成長した姿で再び戻ってくることを表現しています。

ギリシャ文字は、 α (アルファ)、 β (ベータ) で始まります。 α , β , θ (シータ), そして π (パイ) のように、ギリシャ文字は **数学** でもよく使われます。

その中で、 ϕ (ファイの小文字) は、数学では「黄金比」を表すのです。



黄金比とは、上の図において、

$$x:1 = 1:(x-1)$$

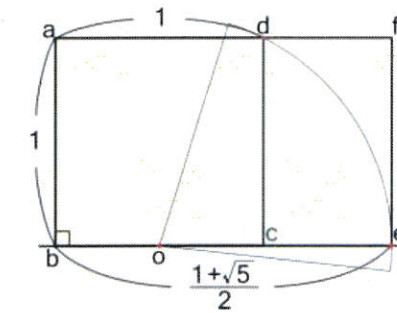
が成り立つ比のことである。これを解いてみると、

$$x(x-1) = 1 \times 1 \quad \text{より、}$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad \dots \text{①}$$

$$x > 0 \quad \text{だから} \quad x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

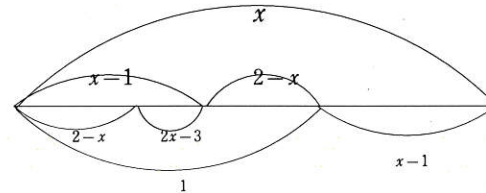
$$\text{この} \quad \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \phi \quad (\text{ファイ}) \quad \text{と定義する。}$$



黄金比は、左図のように作図でその長さ(比)を求めることができる。

そして、左図のような長方形、つまり縦と横の比が $1: \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ である

長方形(黄金比長方形)は、名刺、クレジットカード、健康保険証など、各種カードの形として広く使われている。



パルテノン神殿



前の図に加えて、さらに分割していくと、つまり、 $1 - (x-1) = 2-x$ をつくって、

$$1:(x-1) = (x-1):(2-x) \quad \text{となるようにすると、} \\ (x-1)^2 = 2-x \quad \text{となり、整理すると} \quad x^2 - x - 1 = 0 \quad \dots \text{②}$$

さらに分割して、 $x-1 - (2-x) = 2x-3$ をつくって、 $(x-1):(2-x) = (2-x):(2x-3)$ となるようにすると、

$$(2-x)^2 = (x-1)(2x-3) \quad \text{となり、これも整理すると、} \\ x^2 - x - 1 = 0 \quad \dots \text{③}$$

①, ②, ③ は同じ方程式だから、常に $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ となる。

「黄金比」は、ギリシャのパルテノン神殿の縦と横の比に見出せるといわれ、葉の並び方やヒマワリといった自然の中にもあらわれる。「黄金比」はなぜ人を魅了し、自然界にその姿をあらわすのだろうか？ 次回以降に解き明かすことにしよう！