

三角形の不思議 = 九点を通る円

フォイエルバッハ円

《 「フォイエルバッハ円 (九点円)」 とは? 》

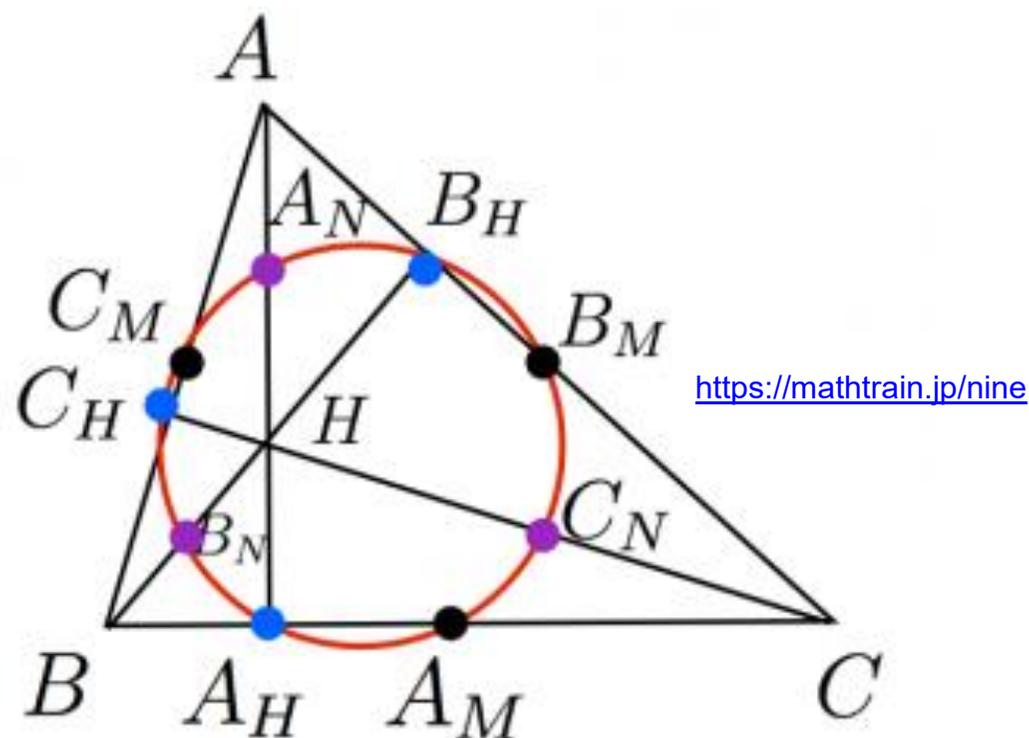
九点円 (きゅうてんえん) は、三角形において特定の 9 個の点を通る円の名称である。

発見した人の名前から、オイラー円・フォイエルバッハ円とも呼ばれる。

九点円は三角形の以下の 9 個の点を通る。

- ・ 3 辺の中点 (図の A_M, B_M, C_M)
- ・ 頂点から対辺に下ろした垂線の足 (図の A_H, B_H, C_H)
- ・ 垂心と 3 頂点の中点 (図の A_N, B_N, C_N)

九点円の中心は、オイラー線 (三角形の外心, 重心, 垂心を通る直線) 上の外心と垂心の中点であり、半径は外接円の半径の半分である。



《 「フォイエルバッハ円」 の性質 》

ドイツの数学者カール・フォイエルバッハは、1800 年に法学教授の息子として生まれた。優秀な学生であったフォイエルバッハは、1822 年に学位(幾何学を専門としていた)を取得する。その際、三角形の九点円を発見し、「フォイエルバッハの定理」と呼ばれる、以下の定理を証明している。

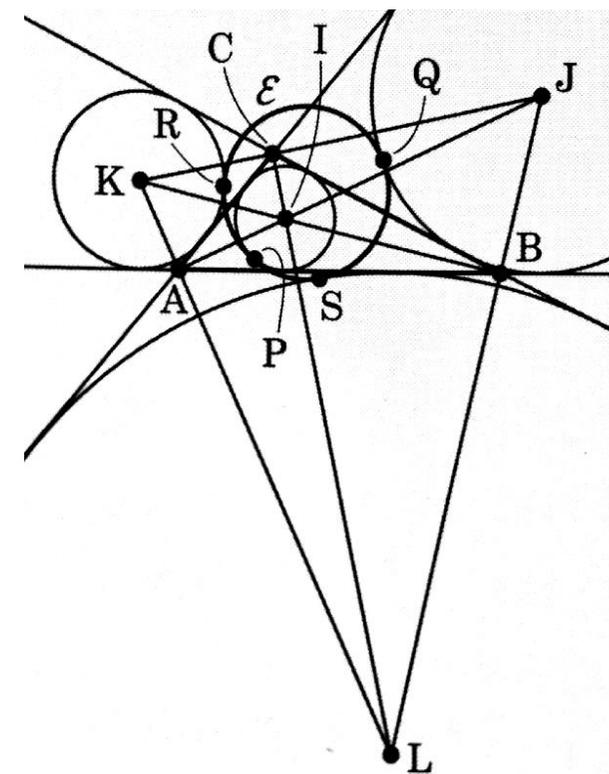
- ・ 九点円は内接円と傍接円に接する。
- 特に、九点円と内接円の接点を「フォイエルバッハ点」と呼ぶ。
- ・ 三角形の 3 個の頂点と垂心の 4 点のどの 3 個を選んでも、その三角形に対する九点円は同じになる。
- ・ 垂心と外接円上の任意の点の中点は九点円上にある。
- ・ 三角形の内心と傍心、傍心同士の中点は外接円上にある。

右図の ϵ (イプシロン) が $\triangle ABC$ の九点円である。

ϵ は、内心 I を中心とする $\triangle ABC$ の内接円と点 P で接している。

また、 ϵ は、傍心 J, K, L を中心とする $\triangle ABC$ の傍接円とそれぞれ点 Q, R, S で接している。

証明はむずかしい。チャレンジしてみてください。



その後、フォイエルバッハはギムナジウム(高校)の教師に指名されるが、健康不良のため 1828 年に職を辞し、1834 年に 34 歳の若さで惜しまれて亡くなった。